

Nom de famille (naissance) :

H U S S E I N

Prénom(s) :

O M A R

N° d'inscription :

Né(e) le :

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen :

Section/S spécialité/Série :

Epreuve :

Matière :

Session :

## CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

## Exercice 1:

$$1) 1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, 5^2=25, 6^2=36, 7^2=49, 8^2=64, 9^2=81, 10^2=100, 11^2=121, 12^2=144, \\ 13^2=169, 14^2=196, 15^2=225, 16^2=256, 17^2=289, 18^2=324, 19^2=361, 20^2=400$$

2) a) Le couple  $(7, 24)$  est un supercarré d'ordre 2 puisque 7 est impair,  $7 < 24$  et  $7^2 + 24^2 = 625$  et 625 est le carré parfait de l'entier naturel 25.

2) b)  $(3, 4)$  est le seul supercarré d'ordre 2 commençant par 3 puisque si on étudie les images de la fonction  $3^2 + x^2$ , on remarque qu'on obtient un carré parfait uniquement lorsque  $x = 4$ . Via que  $x_1 < x_2$ , on remarque que l'écart entre le nombre  $3^2 + x^2$  et le carré parfait. Par exemple,  $3^2 + 4^2 = 25$ , carré parfait de 5, mais  $3^2 + 5^2 = 34$ , carré parfait de 6,  $3^2 + 6^2 = 45$ , carré parfait de 7, puis on soustrait 4. L'écart augmente de 2 quand  $x$  augmente de 1.

c) Afin de trouver  $a$ , on étudie le tableau de valeurs de la <sup>suite</sup> fonction  $5^2 + x^2$  sur l'intervalle  $[6; +\infty[$ , en qu'on s'intéresse uniquement aux images des entiers naturels non nuls. On compare les valeurs des images avec les valeurs de la question 1 afin de voir si  $5^2 + x^2$  est un carré parfait. Par exemple, on remarque que lorsque  $x_2 = 12$ ,  $5^2 + x_2^2 = 169$ , le carré parfait de 13. On utilise le même méthode, avec la <sup>suite</sup> fonction  $13^2 + x^2$  pour trouver  $x_2$ . On trouve que ~~la suite des images~~ les images ~~de la fonction~~  $13^2 + x^2$  et  $x^2$  se croisent ~~à l'entier 54~~ quand  $x = 54$ . On a donc les couples  $(3, 12)$  et  $(13, 84)$ .

d)

3)  $n = 84 \geq 2$ ,  $x_1 = 5$ , qui est impair,  $5 < 12 < 84$  et  $5^2 + 12^2 + 84^2 = 7225$ , carré parfait de 85.

4) On reprend le supercarré  $(3, 4)$  et on cherche  $x_3$ . Il suffit de trouver l'intersection de la fonction  $3^2 + 4^2 + x^2$  et la suite définie par  $u_n = n^2$ . On remarque que  $3^2 + 4^2 + 98^2 = 9629$ , carré parfait de 99.

5) Soit  $x_1 < x_2 < x_3$ 

On résout :  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 48984$

N°

1/...

Alternances :

a) Les entiers naturels dans  $A$  et  $B$  sont compris entre 1 et 1000, ce qui correspond à la définition de Pierre.

Les deux ensembles sont disjoint, on ne retire aucun nombre dans  $A$  et  $B$  puisque dans  $A$  nous avons tous les nombres inférieurs ou égaux à 499 et tous les nombres pairs supérieurs ou égaux à 500. donc que  $B$  a tous les autres nombres inférieurs ou égaux à 1000. donc si on additionne :

$A$  : nombres ~~impairs~~ impairs  $\leq 499$  et nombres pairs ~~supérieurs~~  $> 500$ .

$B$  :  $[1, 1000] \setminus A$ .

b) c) Si on a exactement 2 alternances on a :

$$n+2 : A$$

$$n+1 \quad n+3 : B$$

On,  $n + n+2 - n - n+2 = 0$  et  $n+1 + n+3 - n+1 - n+3 = 0$ . donc pour deux alternances, si on élimine deux nombres de chaque sous ensemble, ~~on obtient~~ les sommes des éléments restants sont égales.

b) Si on a exactement trois alternances on a :

$$n \quad n+2 \quad n+4 : A$$

$$n+1 \quad n+3 \quad n+5 : B$$

~~on remarque que~~ Dans la liste  $a$ , si on élimine  $n+2$  et  $n+4$  donc  $-2n-6$  et dans la liste  $b$  :  $n+1$  et  $n+5$  donc aussi  $-2n-6$ , on remarque que si les deux listes ont des sommes égales, si on soustrait le même nombre, les listes seront toujours égales.

a) Si on a deux listes qui ont au moins 0 alternances, on a par exemple :

avec  $x$  le ~~plus grand~~ plus grand entier naturel de la liste. On peut

supprimer le premier nombre de la liste  $A$  et le dernier de la liste  $B$ . ~~on obtient~~  $-2n-x-2$

et le premier nombre de la liste  $B$  et le dernier de la liste  $A$  donc ~~on obtient~~  $-2n-x-2$

Un qu'on soustrait le même nombre de la liste  $A$  que de la liste  $B$ , si elles sont égales dès le début, elles restent égales.

d) on voit que dans ce cas on a au moins 2 alternances, cela peut être 3 alternances et au moins 4 alternances.